

ALEXLARIN.COM

В1. На счету Юлиного мобильного телефона был 71 рубль, а после разговора с Мишей осталось 47 рублей. Сколько минут длился разговор с Мишей, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек.

Юля потратила $71-47=24$ (рубля), то есть разговор длился $24:1,5=16$ (мин)

Ответ: 16

В3 Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $22\sqrt{\pi}$.

Длина окружности вычисляется по формуле $l = 2\pi R = 22\sqrt{\pi} \Rightarrow R = \frac{22\sqrt{\pi}}{2\pi} = \frac{11}{\sqrt{\pi}}$,

Тогда площадь круга $S = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{121}{\pi} = 121$.

Ответ: 121

В4 Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 400 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 50 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 10 рублей и рассчитан на окраску 200 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка

Если покупать крашенную пряжу, то необходимо приобрести 8 мотков пряжи по 50 г, т.е хозяйка заплатит $60 \cdot 8 = 480$ рублей.

Если же покупать пряжу и краску, то хозяйка потратит на пряжу $50 \cdot 8 = 400$ рублей и $10 \cdot 2 = 20$ рублей на краску, итого 420 рублей.

Ответ: 420.

В5. Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x - 15}{x - 2}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

$$x = \frac{6x - 15}{x - 2} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 6x + 15}{x - 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 3)(x - 5)}{x - 2} = 0$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Ответ : 5

В6 Найдите центральный угол AOB , если он на 15° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

По свойству угла, вписанного в окружность,

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOB \Leftrightarrow x - \frac{1}{2}x = 15^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ$$

Ответ: 30

В7. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$.

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cos 53^\circ} = \frac{10 \sin 37^\circ \cos 37^\circ}{\cos 37^\circ \cos 53^\circ} = \frac{10 \sin 37^\circ}{\cos(90 - 37^\circ)} = \frac{10 \sin 37^\circ}{\sin 37^\circ} = 10$$

Ответ: 10

В8. Прямая $y = -5x + 8$ является касательной к графику функции $y = 28x^2 + bx + 15$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Так как прямая $y = -5x + 8$ является касательной к параболе $y = 28x^2 + bx + 15$, то они имеют одну точку пересечения, а значит уравнение $-5x + 8 = 28x^2 + bx + 15$ имеет один корень.

$$28x^2 + x(b + 5) + 7 = 0$$

$$D = (b + 5)^2 - 28^2 = (b + 33)(b - 23) = 0$$

$$\begin{cases} b = -33 \\ b = 23 \end{cases}$$

Используя геометрический смысл производной, получаем, что

$$f'(x) = 56x + b = -5 = \operatorname{tg} \alpha = k - \text{угловой коэффициент касательной}$$

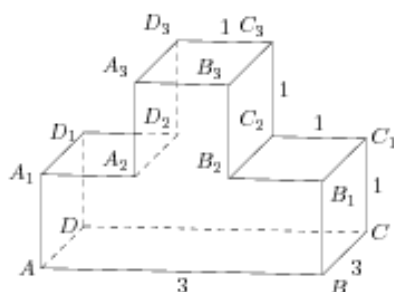
Подстановкой полученных значений b получаем:

$$\begin{aligned} 56x + 23 &= -5 & 56x - 33 &= -5 \\ x &= -0,5 & x &= 0,5 \end{aligned} ,$$

значит, $b = -33$.

Ответ: -33

В9. Найдите тангенс угла ABB_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Угол ABB_3 равен углу HBB_3 , где B_3H - перпендикуляр, опущенный на AB .

$$\operatorname{tg} \angle HBB_3 = \frac{B_3H}{BH} = \frac{2}{1} = 2.$$

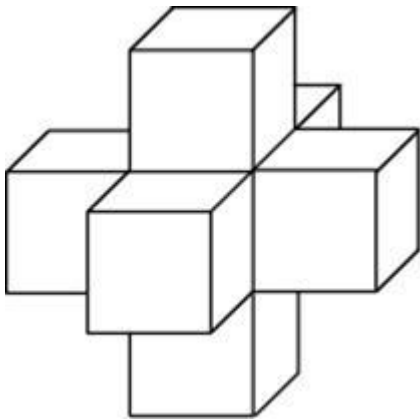
Ответ : 2

В10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Возможные исходы ОО, ОР, РО, РР, значит сопутствуют событию два исхода из четырех, значит, $P = 2/4 = 0,5$

Ответ: 0,5

В11. Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



Крест состоит из семи кубиков, объем каждого из которых равен 1, значит

Ответ: 7

В12. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах,

определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

Так как мячик пролетает на расстоянии 1 м от забора 4 м, то $H=5$.

Подставляем в уравнение

$$5 = \frac{20^2}{4 \cdot 10} (1 - \cos 2\alpha)$$

$$(1 - \cos 2\alpha) = \frac{200}{400}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Ответ: 30

В13. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Пусть Игорь сделает всю работу за x часов, Паша-за y часов, Володя —за z часов.

Вся работа=1. Производительность Игоря равна $\frac{1}{x}$, Паша - $\frac{1}{y}$, Володи - $\frac{1}{z}$. Тогда за час Игорь и Паша красят $\frac{1}{9}$ часть забора и т.д. Значит, по условию задачи мы можем составить систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18} \end{cases}$$

Сложив все уравнения системы, получаем равенство: $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{1}{4}$, из которого следует, что совместная производительность Игоря, Паши и Володи равна $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8}$, то есть всю работу они втроем сделают за 8 часов.

Ответ: 8

В14. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$.

$y = \sqrt{5 - 4x - x^2} \leq 3$, так как

$$0 \leq 5 - 4x - x^2 = 9 - (x^2 + 4x + 4) = 9 - (x + 2)^2 \leq 9$$

$$y_{\max} = 3$$

Ответ : 3