Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = -8 \\ \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y}{3} = 1. \end{cases}$

Ответ: (–1; 6); другие возможные формы ответа: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases}$; $x = -1$, $y = 6$.

Решение. Подставим $y = 2x + 8$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно x: $\dfrac{x-1}{2} + \dfrac{2x+8}{3} = 1$. Отсюда: $x = -1$. Подставим $x = -1$ в уравнение $y = 2x + 8$, получим: $y = 6$. Пара $(-1;\ 6)$ – решение системы.

Замечание. Можно сразу привести второе уравнение к целому виду, а дальше для решения системы использовать или способ подстановки, или способ сложения.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования и вычисления выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, но допущена одна ошибка вычислительного характера (или описка), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Какое из чисел больше: $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ или $3 + \sqrt{7}$?

Ответ: $3 + \sqrt{7}$.

Решение. Найдём квадраты чисел $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ и $3 + \sqrt{7}$:

$(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 16 + 2\sqrt{60} = 16 + \sqrt{240}$; $(3 + \sqrt{7})^2 = 16 + 6\sqrt{7} = 16 + \sqrt{252}$.

Так как $\sqrt{252} > \sqrt{240}$, то $(3 + \sqrt{7})^2 > (\sqrt{6} + \sqrt{10})^2$.

Учитывая, что $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ и $3 + \sqrt{7}$ – положительные числа, получаем, что $3 + \sqrt{7} > \sqrt{6} + \sqrt{10}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка при преобразовании выражений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии 12,8; 12,4; …

Ответ: 211,2.

Решение. 1) Найдём разность прогрессии: $d = 12{,}4 - 12{,}8 = -0{,}4$.

2) Найдём число положительных членов прогрессии.

Составим формулу n-го члена: $a_n = 12{,}8 - 0{,}4(n-1) = 13{,}2 - 0{,}4n$.

Решим неравенство $13{,}2 - 0{,}4n > 0$; получим: $n < 33$. Значит, $n = 32$.

3) $S_{32} = \dfrac{(2 \cdot 12{,}8 - 0{,}4 \cdot 31) \cdot 32}{2} = 211{,}2$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

22 При каких значениях p вершины парабол $y = x^2 - 2px - 1$ и $y = -x^2 + 4px + p$ расположены по разные стороны от оси x?

Ответ: при $p < -\frac{1}{4}$ и $p > 0$.

Решение. Найдём дискриминант трёхчлена $x^2 - 2px - 1$: $D_1 = p^2 + 1$. При любом значении p дискриминант положителен, значит, парабола $y = x^2 - 2px - 1$ всегда пересекает ось x. Так как ветви параболы направлены вверх, то её вершина всегда находится ниже оси x.

Выясним, при каких значениях p вершина параболы $y = -x^2 + 4px + p$ располагается выше оси x. Ветви этой параболы направлены вниз, поэтому нужно выяснить, при каких значениях p эта парабола пересекает ось x, т.е. при каких p ее дискриминант положителен:

$$D_1 = 4p^2 + p; \quad 4p^2 + p > 0; \quad p < -\frac{1}{4},\ p > 0.$$

Замечание. Тот факт, что вершина первой параболы всегда находится ниже оси x, можно обосновать так: точка пересечения параболы с осью y расположена ниже оси x, а её ветви направлены вверх.

Другое возможное решение. Найдём ординату вершины каждой параболы:

1) $y = x^2 - 2px - 1$; $y_0 = -p^2 - 1$;

2) $y = -x^2 + 4px + p$; $y_0 = 4p^2 + p$;

При любом значении p выполняется неравенство $-p^2 - 1 < 0$, значит, вершина параболы $y = x^2 - 2px - 1$ всегда находится ниже оси x.

Найдём значения p, при которых ордината вершины второй параболы положительна: $4p^2 + p > 0$; $p < -\frac{1}{4}$, $p > 0$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описка, с её учётом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

23 При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Ответ: в отношении 2 : 1.

Решение. Пусть масса первого раствора равна x, а масса второго равна y. Тогда количество кислоты в первом растворе составляет $0{,}2x$, а во втором – $0{,}5y$. Масса раствора, получившегося после смешивания, равна $x + y$, а количество кислоты в нём составляет $0{,}3(x + y)$. Имеем уравнение, $0{,}2x + 0{,}5y = 0{,}3(x + y)$. После преобразования получим: $2x + 5y = 3x + 3y$, $x = 2y$. Откуда $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка, в результате получено другое отношение; или допущена ошибка на последнем шаге, т.е. из равенства $x = 2y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например: $x : y = 2$.
Если в ответе указано отношение y к x, например, так: $y : x = 1 : 2$, или так: $y : x = \frac{1}{2}$, то решение следует считать верным.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+y=5 \\ \dfrac{x+2}{5}+\dfrac{y}{2}=-1. \end{cases}$

Ответ: (3; –4); другие возможные формы ответа: $\begin{cases} x=3 \\ y=-4; \end{cases}$ $x=3$, $y=-4$.

Решение. Подставим $y=5-3x$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно x: $\dfrac{x+2}{5}+\dfrac{5-3x}{2}=-1$. Отсюда: $x = 3$. Подставим $x = 3$ в уравнение $y=5-3x$, получим: $y = -4$. Пара $(3;-4)$ – решение системы.

Замечание. Можно сразу привести второе уравнение к целому виду, а дальше для решения системы использовать или способ подстановки, или способ сложения.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования и вычисления выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, но допущена одна ошибка вычислительного характера (или описка), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Какое из чисел больше: $3+\sqrt{5}$ или $\sqrt{8}+\sqrt{6}$?

Ответ: $\sqrt{8}+\sqrt{6}$.

Решение. Найдём квадраты чисел $3+\sqrt{5}$ и $\sqrt{8}+\sqrt{6}$:
$(3+\sqrt{5})^2=14+6\sqrt{5}=14+\sqrt{180}$; $(\sqrt{8}+\sqrt{6})^2=14+2\sqrt{48}=14+\sqrt{192}$. Так как $\sqrt{192}>\sqrt{180}$, то $(\sqrt{8}+\sqrt{6})^2>(3+\sqrt{5})^2$. Учитывая, что $\sqrt{8}+\sqrt{6}$ и $3+\sqrt{5}$ – положительные числа, получаем, что $\sqrt{8}+\sqrt{6}>3+\sqrt{5}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка при преобразовании выражений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-6{,}8;\ -6{,}6;\ \ldots$

Ответ: -119.

Решение. 1) Найдём разность прогрессии: $d=-6{,}6+6{,}8=0{,}2$.

2) Найдём число отрицательных членов прогрессии.
Составим формулу n-го члена: $a_n=-6{,}8+0{,}2(n-1)=0{,}2n-7$.
Решим неравенство $0{,}2n-7<0$; получим: $n<35$. Значит, $n=34$.

3) $S_{34}=\dfrac{(2\cdot(-6{,}8)+0{,}2\cdot 33)\cdot 34}{2}=-119$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формул, в том числе в подстановке числовых значений в формулы, считаются существенными, решение оценивается 0 баллов.

22 При каких значениях m вершины парабол $y = -x^2 - 6mx + m$ и $y = x^2 - 4mx - 2$ расположены по одну сторону от оси x?

Ответ: при $-\frac{1}{9} < m < 0$.

Решение. Найдём дискриминант трёхчлена $x^2 - 4mx - 2$: $D_1 = 4m^2 + 2$. При любом значении m дискриминант положителен, значит, парабола $y = x^2 - 4mx - 2$ всегда пересекает ось x. Так как ветви параболы направлены вверх, то её вершина всегда находится ниже оси x.
Выясним, при каких значениях m вершина параболы $y = -x^2 - 6mx + m$ располагается ниже оси x. Ветви этой параболы направлены вниз, поэтому нужно выяснить, при каких значениях m эта парабола не пересекает ось x, т.е. при каких m ее дискриминант отрицателен:

$$D_1 = 9m^2 + m; \quad 9m^2 + m < 0; \quad -\frac{1}{9} < m < 0.$$

Замечание. Тот факт, что вершина второй параболы всегда находится ниже оси x, можно обосновать так: точка пересечения параболы с осью y расположена ниже оси x, а её ветви направлены вверх.
Другое возможное решение. Найдём ординату вершины каждой параболы:
1) $y = -x^2 - 6mx + m$; $y_0 = 9m^2 + m$;
2) $y = x^2 - 4mx - 2$; $y_0 = -4m^2 - 2$.
При любом значении m выполняется неравенство $-4m^2 - 2 < 0$, значит, вершина параболы $y = x^2 - 4mx - 2$ всегда находится ниже оси x.
Найдем значения m, при которых ордината вершины параболы $y = -x^2 - 6mx + m$ также отрицательна: $9m^2 + m < 0$; $-\frac{1}{9} < m < 0$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описка, с её учётом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

23 Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором – 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди?

Ответ: 1 : 2.
Решение. Пусть x – масса первого сплава, y – масса второго сплава. Тогда количество меди в первом сплаве составляет $0{,}7x$, а во втором – $0{,}4y$. Масса нового сплава равна $x + y$, а количество меди в нём составляет $0{,}5(x + y)$. Имеем уравнение $0{,}7x + 0{,}4y = 0{,}5(x + y)$. После преобразований получим: $7x + 4y = 5x + 5y$; $2x = y$. Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка, в результате получено другое отношение; или допущена ошибка на последнем шаге, т.е. из равенства $2x = y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например: $x : y = \frac{1}{2}$.

Если в ответе указано отношение y к x, например, так: $y : x = 2 : 1$, или так: $y : x = 2$, то решение следует считать верным.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y+1}{5} = 1. \end{cases}$

Ответ: (3; –1); другие возможные формы ответа: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1; \end{cases}$ $x = 3,\ y = -1$.

Решение. Подставим $y = 3x - 10$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно x: $\dfrac{x}{3} + \dfrac{3x-10}{5} = 1$. Отсюда x = 3. Подставим x = 3 в уравнение $y = 3x - 10$, получим: $y = -1$. Пара $(3; -1)$ – решение системы.

Замечание. Можно сразу привести второе уравнение к целому виду, а дальше для решения системы использовать или способ подстановки, или способ сложения.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования и вычисления выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, но допущена одна ошибка вычислительного характера (или описка), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Какое из чисел больше: $\sqrt{5} + \sqrt{6}$ или $2 + \sqrt{7}$?

Ответ: $\sqrt{5} + \sqrt{6}$.

Решение. Найдём квадраты чисел $\sqrt{5} + \sqrt{6}$ и $2 + \sqrt{7}$:
$(\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 = 11 + 2\sqrt{30} = 11 + \sqrt{120}$; $(2 + \sqrt{7})^2 = 11 + 4\sqrt{7} = 11 + \sqrt{112}$. Так как $\sqrt{120} > \sqrt{112}$, то $(\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 > (2 + \sqrt{7})^2$. Учитывая, что $\sqrt{5} + \sqrt{6}$ и $2 + \sqrt{7}$ – положительные числа, получаем, что $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{7}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка при преобразовании выражений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии 11,2; 10,8; …

Ответ: $162{,}4$.

Решение. 1) Найдём разность прогрессии: $d = 10{,}8 - 11{,}2 = -0{,}4$.
2) Найдём число положительных членов прогрессии.
Составим формулу n-го члена: $a_n = 11{,}2 - 0{,}4(n-1) = 11{,}6 - 0{,}4n$.
Решим неравенство $11{,}6 - 0{,}4n > 0$; получим: $n < 29$. Значит, $n = 28$.
3) $S_{28} = \dfrac{(2 \cdot 11{,}2 - 0{,}4 \cdot 27) \cdot 28}{2} = 162{,}4$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формул, в том числе в подстановке числовых значений в формулы, считаются существенными, решение оценивается 0 баллов.

22 При каких значениях p вершины парабол $y = -x^2 + 2px + 3$ и $y = x^2 - 6px + p$ расположены по разные стороны от оси x?

Ответ: при $p < 0$ и $p > \frac{1}{9}$.

Решение. Найдём дискриминант трёхчлена $-x^2 + 2px + 3$: $D_1 = p^2 + 3$. При любом значении p дискриминант положителен, значит, парабола $y = -x^2 + 2px + 3$ всегда пересекает ось x. Так как ветви параболы направлены вниз, то её вершина всегда находится выше оси x.
Выясним, при каких значениях p вершина параболы $y = x^2 - 6px + p$ располагается ниже оси x. Ветви этой параболы направлены вверх, поэтому нужно выяснить, при каких значениях p эта парабола пересекает ось x, т.е. при каких p её дискриминант положителен:

$$D_1 = 9p^2 - p; \quad 9p^2 - p > 0; \quad p < 0,\ p > \frac{1}{9}.$$

Замечание. Тот факт, что вершина первой параболы всегда находится выше оси x, можно обосновать так: точка пересечения параболы с осью y расположена ниже оси x, а её ветви направлены вниз.
Другое возможное решение. Найдём ординату вершины каждой параболы:
1) $y = -x^2 + 2px + 3$: $y_0 = p^2 + 3$;
2) $y = x^2 - 6px + p$; $y_0 = -9p^2 + p$.
При любом значении p выполняется неравенство $p^2 + 3 > 0$, значит, вершина первой параболы всегда находится выше оси x.
Найдём значения p, при которых ордината вершины второй параболы отрицательна: $-9p^2 + p < 0$; $9p^2 - p > 0$; $p < 0,\ p > \frac{1}{9}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описка, с её учётом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

23 При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Ответ: 3 : 1.
Решение. Пусть x – масса первого раствора, y – масса второго раствора. Тогда количество соли в первом растворе составляет $0{,}4x$, а во втором – $0{,}48y$. Масса раствора, получившегося после смешивания, равна $x + y$, а количество соли в нём составляет $0{,}42(x + y)$.
Имеем уравнение $0{,}4x + 0{,}48y = 0{,}42(x + y)$. После преобразований получим $40x + 48y = 42x + 42y$; $x = 3y$. Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка, в результате получено другое отношение; или допущена ошибка на последнем шаге, т. е. из равенства $x = 3y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например, $x : y = 3$.
Если в ответе указано отношение y к x, например, так: $y : x = 1 : 3$, или так: $y : x = \frac{1}{3}$, то решение следует считать верным.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} x-2y=-8 \\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{y-2}{3}=-1. \end{cases}$

Ответ: (–4; 2); другие возможные формы ответа: $\begin{cases} x=-4 \\ y=2; \end{cases}$ $x=-4,\ y=2$.

Решение. Подставим $x=2y-8$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно y: $\dfrac{2y-8}{4}+\dfrac{y-2}{3}=-1$. Отсюда $y = 2$. Подставим $y = 2$ в уравнение $x=2y-8$, получим: $x = -4$. Пара $(-4;2)$ – решение системы.

Замечание. Можно сразу привести второе уравнение к целому виду, а дальше для решения системы использовать или способ подстановки, или способ сложения.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования и вычисления выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, но допущена одна ошибка вычислительного характера (или описка), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Какое из чисел больше: $2+\sqrt{11}$ или $\sqrt{5}+\sqrt{10}$?

Ответ: $\sqrt{5}+\sqrt{10}$.

Решение. Найдём квадраты чисел $2+\sqrt{11}$ и $\sqrt{5}+\sqrt{10}$:
$(2+\sqrt{11})^2=15+4\sqrt{11}=15+\sqrt{176}$; $(\sqrt{5}+\sqrt{10})^2=15+2\sqrt{50}=15+\sqrt{200}$. Так как $\sqrt{200}>\sqrt{176}$, то $(\sqrt{5}+\sqrt{10})^2>(2+\sqrt{11})^2$. Учитывая, что $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ и $2+\sqrt{11}$ – положительные числа, получаем, что $\sqrt{5}+\sqrt{10}>2+\sqrt{11}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка при преобразовании выражений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-7{,}2;\ -6{,}9;\ \ldots$

Ответ: -90.
Решение. 1) Найдём разность прогрессии: $d=-6{,}9+7{,}2=0{,}3$.
2) Найдём число отрицательных членов прогрессии.
Составим формулу n-го члена: $a_n=-7{,}2+0{,}3(n-1)\ =\ 0{,}3n-7{,}5$.
Решим неравенство $0{,}3n-7{,}5<0$; получим: $n<25$. Значит, $n=24$.
3) $S_{24}=\dfrac{(2\cdot(-7{,}2)+0{,}3\cdot 23)\cdot 24}{2}\ =-90$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формул, в том числе в подстановке числовых значений в формулы, считаются существенными, решение оценивается 0 баллов.

22 При каких значениях m вершины парабол $y = x^2 - 4mx + m$ и $y = -x^2 + 8mx + 4$ расположены по одну сторону от оси x?

Ответ: при $0 < m < \frac{1}{4}$.

Решение. Найдём дискриминант трёхчлена $-x^2 + 8mx + 4$: $D_1 = 16m^2 + 4$. При любом значении m дискриминант положителен, значит, парабола $y = -x^2 + 8mx + 4$ всегда пересекает ось x. Так как ветви параболы направлены вниз, то её вершина всегда находится выше оси x.

Выясним, при каких значениях m вершина параболы $y = x^2 - 4mx + m$ располагается выше оси x. Ветви этой параболы направлены вверх, поэтому нужно выяснить, при каких значениях m эта парабола не пересекает ось x, т.е. при каких m её дискриминант отрицателен:

$$D_1 = 4m^2 - m; \quad 4m^2 - m < 0; \quad 0 < m < \frac{1}{4}.$$

Замечание. Тот факт, что вершина второй параболы всегда находится выше оси x, можно обосновать так: точка пересечения параболы с осью y расположена ниже оси x, а её ветви направлены вниз.

Другое возможное решение. Найдём ординату вершины каждой параболы:

1) $y = x^2 - 4mx + m$; $y_0 = -4m^2 + m$;

2) $y = -x^2 + 8mx + 4$; $y_0 = 16m^2 + 4$.

При любом значении m выполняется неравенство $16m^2 + 4 > 0$, значит, вершина параболы $y = -x^2 + 8mx + 4$ всегда находится выше оси x.

Найдём значения m, при которых ордината вершины первой параболы также положительна: $-4m^2 + m > 0$; $4m^2 - m < 0$; $0 < m < \frac{1}{4}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описка, с её учётом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

23 Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35% золота, а во втором – 60%. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

Ответ: 4 : 1.

Решение. Пусть x – масса первого сплава, y – масса второго сплава. Тогда количество золота в первом сплаве составляет $0{,}35x$, а во втором – $0{,}6y$. Масса нового сплава равна $x + y$, а количество золота в нём составляет $0{,}4(x+y)$. Имеем уравнение $0{,}35x + 0{,}6y = 0{,}4(x+y)$. После преобразований получим: $35x + 60y = 40x + 40y$, $x = 4y$. Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{4}{1}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка, в результате получено другое отношение; или допущена ошибка на последнем шаге, т.е. из равенства $x = 4y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например, $x : y = 4$.

Если в ответе указано отношение y к x, например, так: $y : x = 1 : 4$, или так: $y : x = \frac{1}{4}$, то решение следует считать верным.